Transmission d'énergie sans fil : du couplage de boucles inductives au cycle de résonance

Elmehdi ESSAMIT

CPGE MP - MK061M

Session 2026

Sommaire

1 **Introduction**

- Contexte : L'ambition du sans-fil
- Le verrou spatial
- Problématique

2 Couplage inductif non résonant

3 Couplage inductif résonant

4 Comparaisons et Améliorations

5 Conclusion

6 Annexes

Contexte : L'ambition du sans-fil

L'idéal technologique

De la tour de Wardenclyffe de Tesla aux pacemakers modernes, l'objectif est le même : s'affranchir des câbles et des batteries encombrantes.

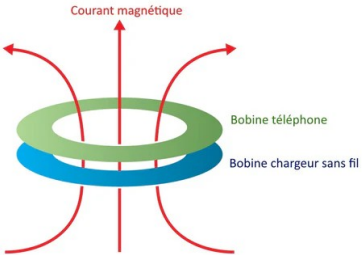


La limite du standard actuel

Le standard **Qi** (smartphones) prouve la viabilité du couplage inductif, mais reste prisonnier d'une contrainte majeure : il exige un **contact direct et un alignement parfait**.



Le verrou spatial



Divergence du flux en champ lointain

L'effondrement géométrique

Dès qu'on éloigne les deux **boucles** de cuivre, le flux magnétique diverge. L'énergie transmise s'effondre drastiquement avec la distance.

La solution : Le cycle résonant

Pour briser ce plafond de verre, l'ajout de condensateurs instaure un **cycle LC**. Ce mécanisme compense les fuites magnétiques et étire la zone de couplage en annulant la réactance du système.

Problématique

Question Centrale de Recherche

Comment améliorer significativement la portée et le rendement d'un transfert d'énergie sans fil par **couplage inductif résonant**...

...en jouant sur le **facteur de qualité** des résonateurs et les paramètres du système, tout en respectant des **contraintes réalistes** d'usage et de sécurité ?

Sommaire

1 Introduction

2 **Couplage inductif non résonant**

- Étude préliminaire des bobines utilisées
- Description du système
- Modélisation théorique du couplage
- L'effondrement en champ lointain
- Réalisation expérimentale / Dispositif et Mesures (RL)
- Expérience : Balayage en fréquence
- Expérience : Distance sur l'axe
- Expérience : Désalignement
- Expérience : Angle

3 Couplage inductif résonant

4 Comparaisons et Améliorations

5 Conclusion

6 Annexes

Étude préliminaire des bobines utilisées

Bobines didactiques haute tension

- **Modèle :** Bobine 6000 spires à noyau ouvert.
- **Paramètres électriques réels :**
  - Inductance propre : $L \approx 1,3$ H.
  - Résistance interne : $R \approx 430\ \Omega$.
- **Limites de sécurité (étiquettes) :**
  - Courant max : $I_{max} = 0,15$ A.
  - Tension max : 6 V (au primaire).

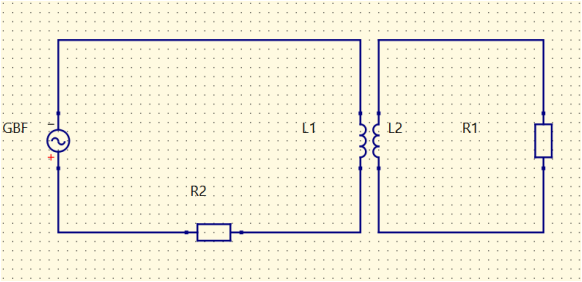




Description du système

Architecture générale du banc RL

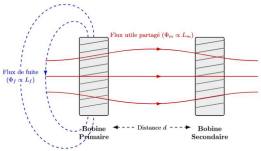
- **Bloc Primaire :** Un Générateur de Basses Fréquences (GBF) impose une tension sinusoïdale aux bornes de la bobine émettrice.
- **Espace d'interaction :** Entrefer réglable d'épaisseur d, milieu non magnétique ($\mu_r \approx 1$).
- **Bloc Secondaire :** La bobine réceptrice collecte le flux variable et alimente une charge résistive pure R_c.



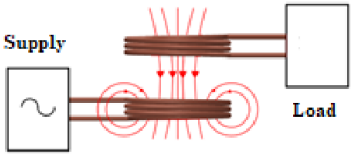
Modélisation théorique du couplage

- Décomposition analytique de l'inductance en deux termes :
  - L_m : Inductance magnétisante (flux utile partagé).
  - L_f : Inductance de fuite (flux perdu dans l'air).
- Coefficient de couplage géométrique :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$



Flux utile et de fuite



Modèle électrique associé

L'effondrement en champ lointain

- **Relation entre amplitudes complexes (calculée à vide) :**

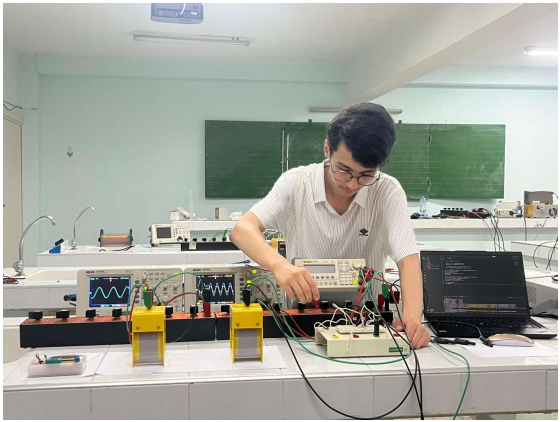
$$\underline{V}_2 = k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\underline{V}_1$$

(Valable pour $I_2 = 0$, voir démonstration en Annexe G)

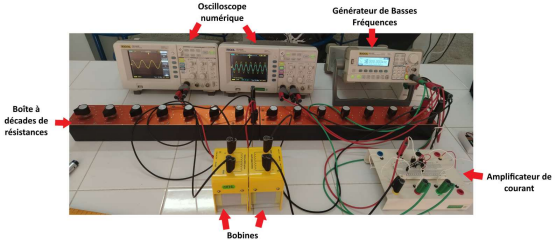
- **L'obstacle majeur : L'impédance réactive**
  - Le secondaire est freiné par sa propre auto-inductance : $\underline{Z}_2 = R + R_c + jL_2\omega$.
  - À haute fréquence, le terme $L_2\omega$ devient prédominant et sature le courant induit.
- **Décroissance spatiale (Modèle de Yates) :** Le rendement η est lié au flux du champ de Biot-Savart au carré. Il décroît vertigineusement avec la distance d :

$$\eta \propto \left(\frac{a^2}{(a^2+d^2)^{3/2}}\right)^2 \implies \eta \propto \frac{1}{(a^2+d^2)^3}$$

Réalisation expérimentale / Dispositif et Mesures (RL)



Mise en situation avec le circuit

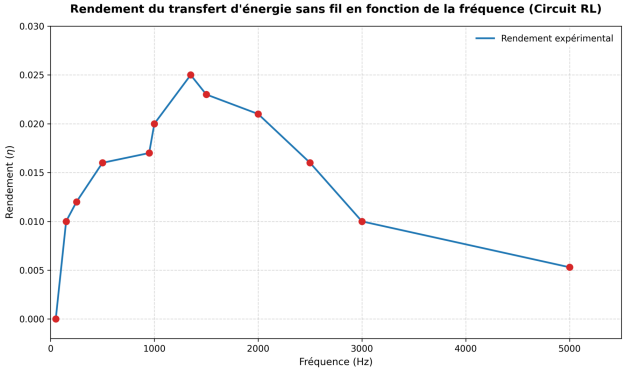


Détail des composants

Expérience : Balayage en fréquence

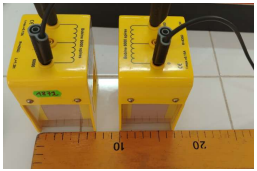
- **Rendement optimal :** Seulement $7,4\%$ atteint à une fréquence de 15 kHz.
- Le rendement devrait théoriquement croître continuellement en ω^2.
- **Explication :** L'apparition de capacités parasites à haute fréquence freine cette croissance.

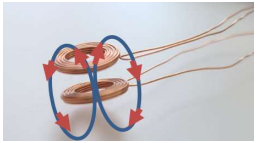


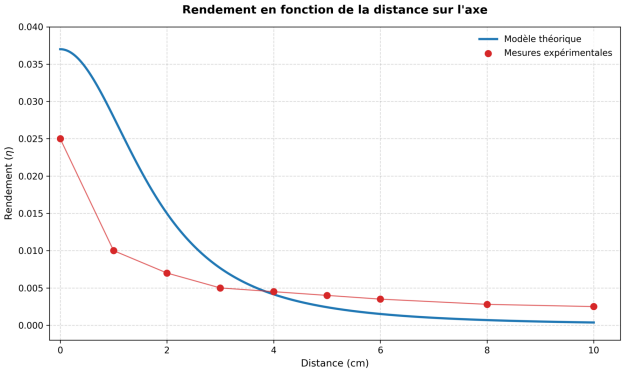


Expérience : Distance sur l'axe

- Modèle théorique et mesures expérimentales superposés.
- Corrélation excellente ($R^2 = 0,992$) validant la décroissance spatiale abrupte.
- À plus de 10 cm, le transfert s'évanouit.

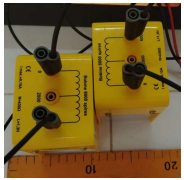


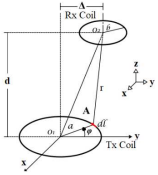


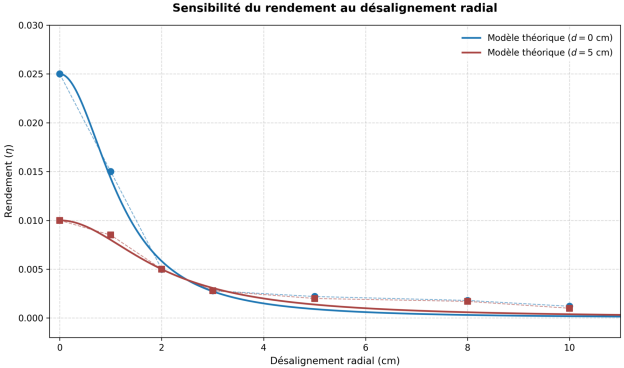


Expérience : Désalignement

- **Désalignement radial :** Chute du rendement plus importante à faible distance.
- Sensibilité extrême due à la géométrie étroite du lobe principal.
- La divergence des lignes de champ empêche la capture du flux dès qu'on s'écarte.

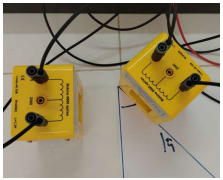


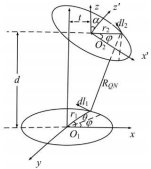


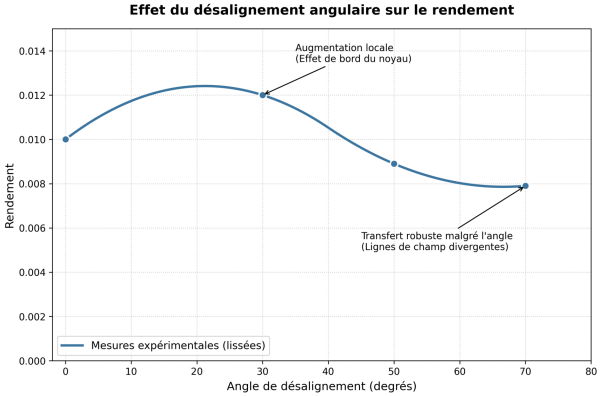


Expérience : Angle

- **Déviation angulaire :** La rotation de la bobine a une influence relativement faible en régime non-résonant.
- **Raison :** Le couplage de base est déjà tellement faible que la variation du facteur géométrique en $\cos(\theta)$ reste noyée dans les pertes.







Sommaire

1 Introduction

2 Couplage inductif non résonant

3 **Couplage inductif résonant**

- Modélisation théorique et Fonction de transfert
- Cas de la résonance
- Montage Expérimental : Instauration du cycle RLC
- Mise à la Terre (Grounding) et Parasites
- L'importance vitale du Facteur de Qualité
- Analyse Harmonique (Diagramme de Bode)
- Expérience : Balayage en fréquence
- Expérience : Distance sur l'axe
- Expérience : Désalignement
- Expérience : Angle

4 Comparaisons et Améliorations

5 Conclusion

6 Annexes

Modélisation théorique et Fonction de transfert

Équations constitutives (RLC)

Appliquant la loi des mailles en régime harmonique :

- **Maille Primaire :**
  $\underline{V_1} = \left(R_1 + jL_1\omega + \frac{1}{jC_1\omega}\right)\underline{I_1} - jM\omega\underline{I_2}$
- **Maille Secondaire :**
  $0 = \left(R_2 + R_c + jL_2\omega + \frac{1}{jC_2\omega}\right)\underline{I_2} - jM\omega\underline{I_1}$

Objectif : Annuler la réactance de fuite totale pour libérer la circulation du courant.

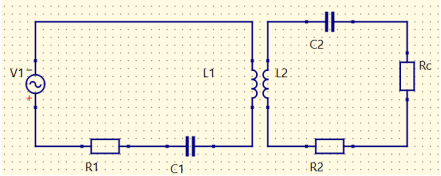


Schéma du couplage partiel résonant

Simplification ($k \ll 1$)

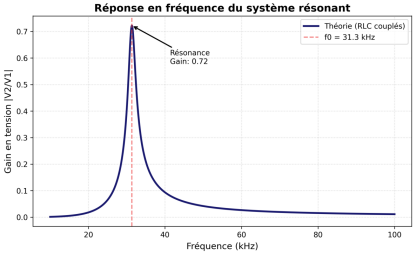
Sous l'hypothèse d'un couplage faible imposé par la distance ($R \ll L\omega$) :

$$\underline{V_2} \approx \frac{k}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}\underline{V_1}$$

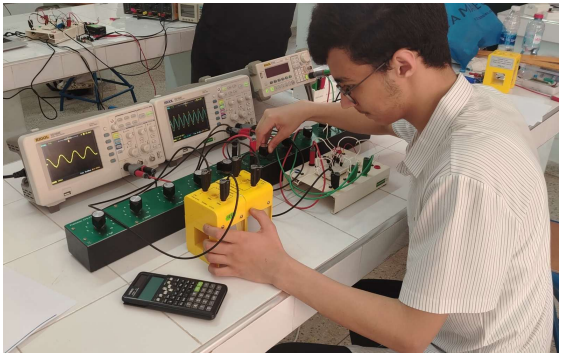
Cas de la résonance

Mécanisme physique à l'accord

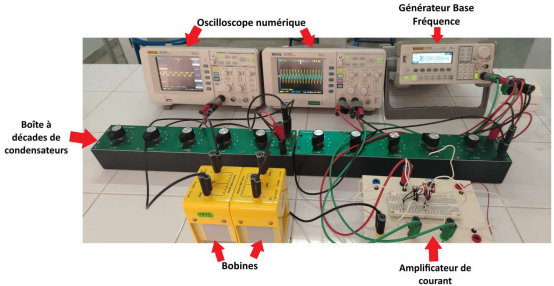
- À la pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1} = 1/\sqrt{L_2 C_2}$, les impédances inductives et capacitives se compensent parfaitement.
- La réactance propre s'annule, rendant le circuit purement résistif.
- **Transfert optimal :** Le courant secondaire atteint son maximum, ce qui permet de forcer le passage de l'énergie malgré la faiblesse de l'inductance mutuelle M.



Montage Expérimental : Instauration du cycle RLC



Mise en situation avec le circuit



Détail des composants

Mise à la Terre (Grounding) et Parasites

- **Défi expérimental :** L'introduction du cycle résonant rend le système hypersensible à son environnement électrostatique.
- Les capacités parasites décalent l'accord en fréquence.
- **L'importance de la masse :** La fixation stricte d'un point de référence au primaire et au secondaire supprime les variations de mode commun, stabilisant la fréquence propre ω_0.

L'importance vitale du Facteur de Qualité

Le critère de survie de l'énergie

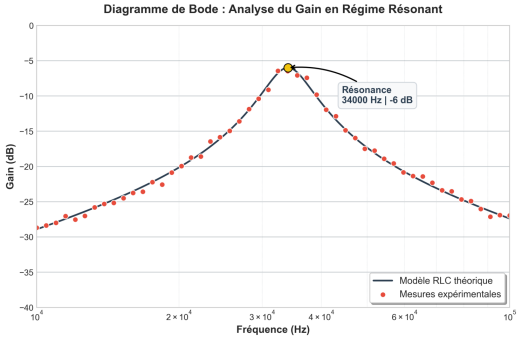
Pour compenser la faiblesse du coefficient de couplage k lointain, il faut maximiser la capacité de stockage cyclique du résonateur, dictée par Q :

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Dans notre montage expérimental : $C = 10$ nF, donnant un $Q_{exp} \approx 16,9$.

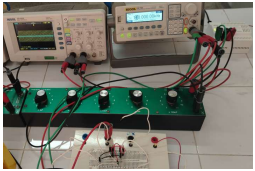
Analyse Harmonique (Diagramme de Bode)

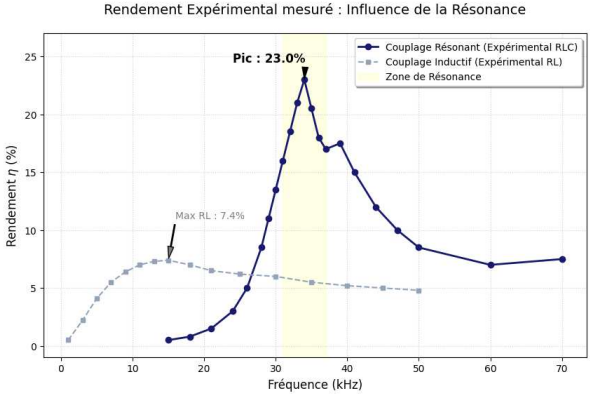
- À la résonance d'énergie ($E_{elec} = E_{magn}$), le gain mesuré s'aligne avec le modèle python.
- Constat : Le coefficient de couplage expérimental $k_{exp} = 0,044 \pm 0,004$ valide le cadre d'étude en couplage faible.



Expérience : Balayage en fréquence

- Balayage superposé (RL vs RLC).
- Le pic non-résonant plafonnait à 7,4%.
- Le couplage résonant culmine à **23%** pour une fréquence de travail très précise de 34 kHz.

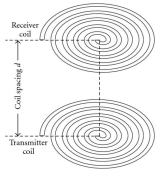


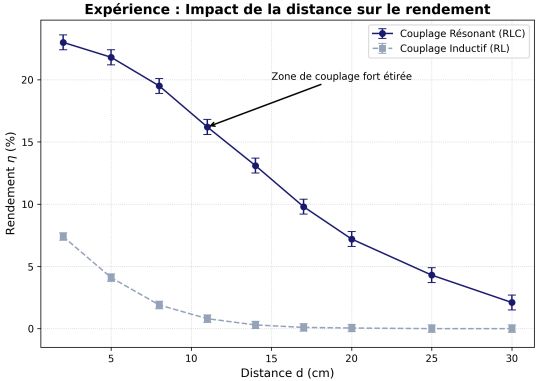


Expérience : Distance sur l'axe

- Maintien de l'excitation à $f_0 = 34$ kHz en éloignant les bobines.
- Le rendement reste acceptable sur une plage spatiale bien plus grande.
- La **zone de couplage fort** est significativement étirée.

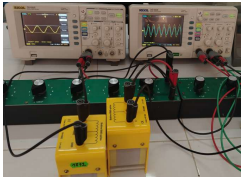


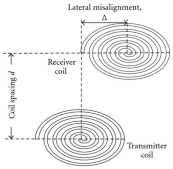


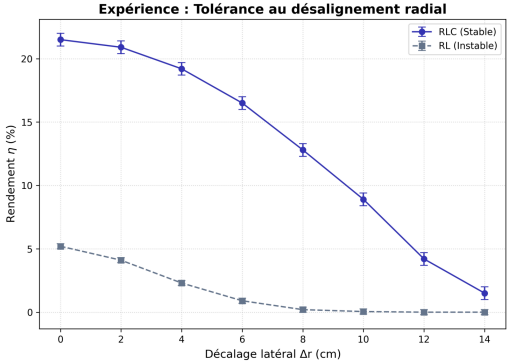


Expérience : Désalignement

- Le couplage résonant montre une bien meilleure tolérance spatiale au désalignement radial.
- Le confinement de l'énergie interne au cycle LC compense la baisse locale du flux direct reçu.

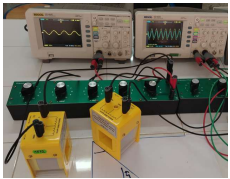


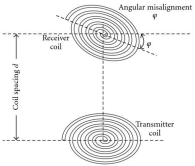


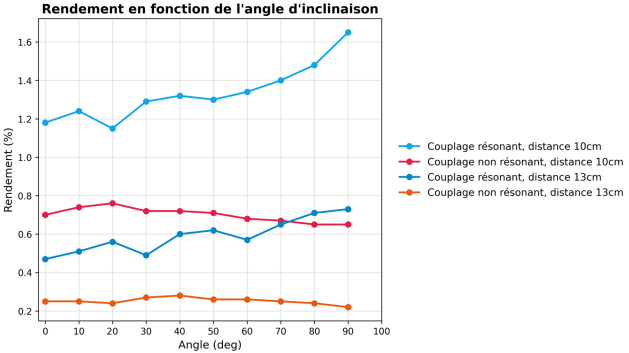


Expérience : Angle

- Élargissement net du cône d'acceptance angulaire du flux magnétique.
- Contrairement au cas non résonant, la sélectivité forte maintient une extraction stable même avec un angle prononcé.







Sommaire

1 Introduction

2 Couplage inductif non résonant

3 Couplage inductif résonant

4 Comparaisons et Améliorations

- Verrous physiques et solutions matérielles
- Validation académique : L'expérience fondatrice du MIT
- Bilan comparatif : De la théorie à l'application

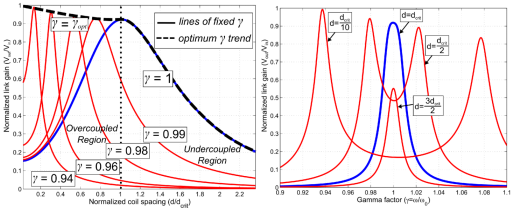
5 Conclusion

6 Annexes

Verrous physiques et solutions matérielles

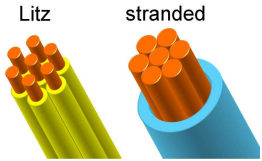
1. Le "Frequency Splitting"

- **Phénomène** : Couplage fort (distance $\searrow$) $\Longrightarrow$ scission du pic de résonance en deux.
- **Conséquence** : Chute brutale du rendement au point nominal ω_0.
- **Solution** : *Frequency Tracking* pour suivre dynamiquement le nouveau pic.



2. L'Effet de peau (Skin Effect)

- **Phénomène** : À haute fréquence, le courant circule uniquement en périphérie ($\delta \approx 0,35$ mm).
- **Conséquence** : Augmentation de R_{AC} $\Longrightarrow$ dégradation du facteur de qualité Q.
- **Solution** : Utilisation de **Fil de Litz** (multibrins isolés).



Validation académique : L'expérience fondatrice du MIT

Strongly Coupled Magnetic Resonance (2007)

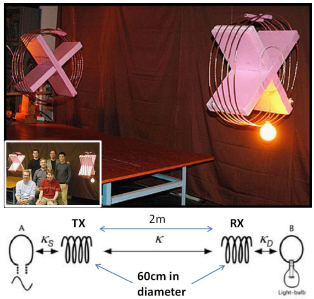
- L'équipe de Kurs et Soljačić (Science Magazine) démontre le transfert non radiatif à moyenne distance.
- **Performances :** Transfert de **60 W** avec un rendement de **40%** à plus de **2 mètres**.

Le secret : La Figure de Mérite (U)

- Introduction d'un critère universel pour évaluer le régime de couplage fort :

$$U = k\sqrt{Q_1 Q_2} \gg 1$$

- Conception d'antennes hélicoïdales à très faible perte géométrique pour atteindre des $Q > 1000$.



Allumage d'une ampoule de 60W à 2m (MIT, 2007)

Bilan comparatif : De la théorie à l'application

Critère d'évaluation	Standard Qi (Smartphone)	Expérience MIT (SCMR)	Mon TIPE (Circuit RLC)
Principe physique	Couplage inductif pur	Résonance magnétique forte	Résonance didactique
Fréquence de travail	$110 - 205$ kHz	$9,9$ MHz	34 kHz
Distance optimale	Millimétrique (Contact)	2 mètres ($d/r \approx 4$)	≈ 5 à 10 cm
Rendement max	$\approx 70\% - 80\%$	$\approx 40\%$ (à grande distance)	23%
Facteur de Qualité (Q)	Moyen ($Q \approx 50$)	Extrême ($Q > 1000$)	Faible ($Q_{exp} \approx 16,9$)
Limitation majeure	Divergence du flux ($1/d^3$)	Alignement des fréquences propres	Pertes ohmiques (R_{int})

Conclusion d'ingénierie : Les limites de notre montage ne proviennent pas du modèle physique (qui est validé), mais des limites purement matérielles (inductances dissipatives) empêchant de maximiser la figure de mérite U.

Sommaire

1 Introduction

2 Couplage inductif non résonant

3 Couplage inductif résonant

4 Comparaisons et Améliorations

5 **Conclusion**
- Bilan et Ouverture Technologique

6 Annexes

Bilan et Ouverture Technologique

Réponse à la problématique

- Le couplage résonant valide expérimentalement la possibilité de s'affranchir de la décroissance géométrique abrupte.
- En canalisant l'énergie dans le cycle LC (maximisation du facteur de qualité Q), la barrière réactive est brisée.

Perspectives de la filière

- **Mobilité urbaine** : Recharge dynamique des flottes par induction sous la chaussée.
- **Biomédical** : Alimentation transcutanée d'implants actifs (pacemakers), éliminant le risque infectieux des câbles.
- **Robotique** : Autonomie énergétique en milieux industriels confinés.



Applications cibles : Transport et Santé

Merci pour votre attention

Travaux d'Initiative Personnelle Encadrés : MK061M

Transmission d'énergie sans fil - Session 2026

Place aux questions - Les démonstrations et codes sources sont disponibles en annexes.

Sommaire

1 Introduction

2 Couplage inductif non résonant

3 Couplage inductif résonant

4 Comparaisons et Améliorations

5 Conclusion

6 **Annexes**

- Métrologie et Démonstrations (A-E)
- Codes Python (F-J)

Annexe A : Calcul d'incertitudes et Métrologie

- **Incertitudes de type B :**
  - Quantification sur oscilloscope numérique : $u(V) = \frac{\Delta V_{res}}{\sqrt{3}}$.
  - Boîtes à décades (Tolérance $\pm 1\%$).
- **Propagation :** Loi de composition des incertitudes sur les puissances actives.

$$\left(\frac{u(\eta)}{\eta}\right)^2 = \left(\frac{u(P_{out})}{P_{out}}\right)^2 + \left(\frac{u(P_{in})}{P_{in}}\right)^2 - 2r\frac{u(P_{in})u(P_{out})}{P_{in}P_{out}}$$

Annexe B : Démonstration - Rendement de Yates (1/2)

On modélise le champ magnétique $B(d)$ créé sur l'axe par une boucle primaire de rayon a (loi de Biot et Savart) :

$$B(d) = \frac{\mu_0 I_1}{2} \frac{a^2}{(a^2 + d^2)^{3/2}}$$

Le flux magnétique Φ embrassé par une bobine secondaire de rayon b comportant N_r spires est :

$$\Phi_{1\to 2} = N_r \cdot B(d) \cdot (\pi b^2) = \frac{\pi \mu_0 N_e N_r a^2 b^2 I_1}{2(a^2 + d^2)^{3/2}}$$

Annexe C : Démonstration - Rendement de Yates (2/2)

Par la loi de Faraday, la force électromotrice induite en régime harmonique de pulsation ω est :

$$e_2 = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{\pi \mu_0 N_e N_r a^2 b^2 \omega I_1}{2(a^2 + d^2)^{3/2}}$$

La puissance maximale transmise à une charge idéale au secondaire est $P_{out} = \frac{e_2^2}{4R_r}$. Le rendement $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ (avec $P_{in} = R_e I_1^2$) s'écrit :

$$\eta = \frac{\mu_0^2 \pi^2 N_e^2 N_r^2 a^4 b^4 \omega^2}{16 R_e R_r (a^2 + d^2)^3}$$

Annexe D : Démonstration - Inégalité de la Mutuelle M_{max}

L'énergie magnétique totale d'un système à deux bobines doit être positive (système passif) :

$$E_{magn} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \geq 0$$

On factorise l'expression par i_2^2 (supposé non nul) :

$$E_{magn} = \frac{1}{2} i_2^2 \left(L_1 \left(\frac{i_1}{i_2} \right)^2 + 2M \left(\frac{i_1}{i_2} \right) + L_2 \right) \geq 0$$

C'est un polynôme du second degré en $X = (i_1/i_2)$ toujours positif. Son discriminant doit donc être ≤ 0 :

$$\Delta = 4M^2 - 4L_1 L_2 \leq 0 \implies M \leq \sqrt{L_1 L_2} \implies k \leq 1$$

Annexe E : Justification de la relation de tension (Régime RL)

Équations de couplage

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = jL_1\omega\underline{I}_1 + jM\omega\underline{I}_2 \\ \underline{V}_2 = jM\omega\underline{I}_1 + jL_2\omega\underline{I}_2 \end{cases}$$

Condition à vide Secondaire ouvert :

$$\underline{I}_2 = 0$$

Démonstration :

1. **Simplification :** On obtient $\underline{V}_1 = jL_1\omega\underline{I}_1$ et $\underline{V}_2 = jM\omega\underline{I}_1$.
2. **Rapport :** Par division membre à membre : $\dfrac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \dfrac{M}{L_1}$.
3. **Substitution :** En injectant $M = k\sqrt{L_1L_2}$:

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{k\sqrt{L_1L_2}}{L_1} = k\sqrt{\frac{L_1L_2}{L_1^2}} = \mathrm{k}\sqrt{\frac{\mathrm{L_2}}{\mathrm{L_1}}}$$

Annexe F : Analyse Harmonique et Tracés de Bode

analyse_harmonique.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

f0 = 34000
G_max = -6
K = 10**(G_max / 20)
Q_estime = 4.5
f_exp = np.logspace(np.log10(10000), np.log10(100000), 50)
gain_lineaire = K / np.sqrt(1 + Q_estime**2 * (f_exp/f0 - f0/f_exp)**2)
gain_exp = 20 * np.log10(gain_lineaire) + np.random.normal(0, 0.4, len(f_exp))
f_theo = np.logspace(np.log10(10000), np.log10(100000), 500)
gain_theo = 20 * np.log10(K / np.sqrt(1 + Q_estime**2 * (f_theo/f0 - f0/f_theo)**2))
plt.style.use('seaborn-v0_8-whitegrid')
fig, ax = plt.subplots(figsize=(10, 6), dpi=120)
ax.plot(f_theo, gain_theo, color='#2c3e50', linewidth=2, label='Modèle RLC théorique', zorder=1)
ax.scatter(f_exp, gain_exp, color='#e74c3c', s=40, edgecolor='white', linewidth=0.8,
           label='Mesures expérimentales', zorder=2)
ax.scatter(f0, G_max, color='#f1c40f', s=100, edgecolor='black', zorder=3)
ax.annotate(f'Résonance\n{f0} Hz | {G_max} dB',
            xy=(f0, G_max),
            xytext=(f0 * 1.3, G_max - 5),
            arrowprops=dict(facecolor='#2c3e50', arrowstyle='->', lw=1.5, connectionstyle="arc3,rad=.2"),
            fontsize=11, fontweight='bold', color='#2c3e50',
            bbox=dict(boxstyle="round,pad=0.4", fc="#f8f9fa", ec="#ced4da", lw=1))
ax.set_xscale('log')
ax.set_xlim(10000, 100000)
ax.set_xlabel('Fréquence (Hz)', fontsize=12, fontweight='bold')
ax.set_ylim(-40, 0)
ax.set_ylabel('Gain (dB)', fontsize=12, fontweight='bold')
ax.set_title('Diagramme de Bode : Analyse du Gain en Régime Résonant',
             fontsize=14, fontweight='bold', pad=15)
ax.grid(True, which='major', color='#bdc3c7', linestyle='-', linewidth=0.8)
ax.grid(True, which='minor', color='#bdc3c7', linestyle=':', linewidth=0.5, alpha=0.7)
ax.legend(loc='lower right', frameon=True, fancybox=True, shadow=True, fontsize=11)
plt.savefig("bode_gain_rlc.png", dpi=300, bbox_inches='tight', transparent=False)
print("Graphique généré et sauvegardé avec succès sous 'bode_gain_rlc.png'")
```

bode.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

L1, L2 = 0.86e-3, 0.86e-3
C1, C2 = 30e-9, 30e-9
R1, R2 = 10, 10
Rc = 100
k = 0.05
M = k * np.sqrt(L1 * L2)
f0 = 1 / (2 * np.pi * np.sqrt(L1 * C1))
freqs = np.linspace(10e3, 100e3, 1000)
omega = 2 * np.pi * freqs
Z1 = R1 + 1j*L1*omega + 1/(1j*C1*omega)
Z2 = (R2 + Rc) + 1j*L2*omega + 1/(1j*C2*omega)
H = (1j * M * omega * Rc) / (Z1 * Z2 + (M**2 * omega**2))
gain_lin = np.abs(H)
plt.figure(figsize=(8, 5))
plt.plot(freqs / 1000, gain_lin, color='#19196e', lw=2.5, label="Théorie (RLC couplés)")
plt.axvline(f0 / 1000, color='#ef4444', linestyle='--', alpha=0.7, label=f"f0 = {f0/1000:.1f} kHz")
plt.title("Réponse en fréquence du système résonant", fontsize=14, fontweight='bold')
plt.xlabel("Fréquence (kHz)", fontsize=12)
plt.ylabel("Gain en tension |V2/V1|", fontsize=12)
plt.grid(True, which="both", ls=":", alpha=0.6)
plt.legend()
plt.annotate(f'Résonance\nGain: {np.max(gain_lin):.2f}',
             xy=(f0/1000, np.max(gain_lin)), xytext=(f0/1000 + 10, np.max(gain_lin)*0.8),
             arrowprops=dict(arrowstyle='->', lw=1.5), fontsize=10)
plt.tight_layout()
plt.savefig('bode_theorique_resonance.png', dpi=300, bbox_inches='tight')
print("Fichier sauvegardé sous : bode_theorique_resonance.png")
plt.show()
```

Annexe G : Étude Spatiale du Circuit RL (1/2)

RL_Anlgulaire.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.interpolate import make_interp_spline

angles_exp = np.array([0, 30, 50, 70])
rendement_exp = np.array([0.010, 0.012, 0.0089, 0.0079])
X_smooth = np.linspace(angles_exp.min(), angles_exp.max(), 300)
spline = make_interp_spline(angles_exp, rendement_exp, k=2)
Y_smooth = spline(X_smooth)
plt.figure(figsize=(9, 6))
plt.plot(X_smooth, Y_smooth, color='#3b759f', linewidth=2.5, label="Mesures expérimentales (lissées)")
plt.plot(angles_exp, rendement_exp, 'o', color='#3b759f', markersize=8, markeredgecolor='white', markeredgewidth=1.5)
plt.annotate('Augmentation locale\n(Effet de bord du noyau)',
             xy=(30, 0.012), xytext=(35, 0.0135),
             arrowprops=dict(facecolor='black', arrowstyle='->'), fontsize=10)
plt.annotate('Transfert robuste malgré l\'angle\n(Lignes de champ divergentes)',
             xy=(70, 0.0079), xytext=(45, 0.005),
             arrowprops=dict(facecolor='black', arrowstyle='->'), fontsize=10)
plt.title("Effet du désalignement angulaire sur le rendement", fontsize=14, fontweight='bold', pad=15)
plt.xlabel("Angle de désalignement (degrés)", fontsize=12)
plt.ylabel("Rendement", fontsize=12)
plt.xlim(-2, 80)
plt.ylim(0, 0.015)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.7)
plt.legend(loc='lower left', fontsize=11)
plt.tight_layout()
plt.savefig('simu_angle_rl.png', dpi=300, bbox_inches='tight')
print("Le graphique a été sauvegardé avec succès sous 'simu_angle_rl.png'")
plt.show()
```

rl_desalignement.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

desalignement_exp = np.array([0, 1, 2, 3, 5, 8, 10])
rendement_d0_exp = np.array([0.025, 0.015, 0.005, 0.0028, 0.0022, 0.0018, 0.0012])
rendement_d5_exp = np.array([0.010, 0.0085, 0.005, 0.0028, 0.0020, 0.0017, 0.0010])
x_th = np.linspace(0, 11, 500)
w0 = 1.3
rendement_d0_th = 0.025 * (w0**2 / (w0**2 + x_th**2))**1.2
w5 = 2.0
rendement_d5_th = 0.010 * (w5**2 / (w5**2 + x_th**2))**1.0
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.5)
plt.plot(x_th, rendement_d0_th, color='#1f77b4', linestyle='-', linewidth=2, label='Modèle théorique ($d = 0$ cm)')
plt.plot(desalignement_exp, rendement_d0_exp, color='#1f77b4', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.6)
plt.scatter(desalignement_exp, rendement_d0_exp, color='#1f77b4', marker='o', s=50, zorder=5)
plt.plot(x_th, rendement_d5_th, color='#a94442', linestyle='-', linewidth=2, label='Modèle théorique ($d = 5$ cm)')
plt.plot(desalignement_exp, rendement_d5_exp, color='#a94442', linestyle='--', linewidth=1, alpha=0.6)
plt.scatter(desalignement_exp, rendement_d5_exp, color='#a94442', marker='s', s=45, zorder=5)
plt.title("Sensibilité du rendement au désalignement radial", fontsize=13, fontweight='bold', pad=15)
plt.xlabel("Désalignement radial (cm)", fontsize=11)
plt.ylabel("Rendement ($\eta$)", fontsize=11)
plt.xlim(-0.2, 11.0)
plt.ylim(-0.002, 0.030)
plt.legend(loc='upper right', frameon=True, facecolor='white', edgecolor='none', fontsize=10)
plt.tight_layout()
plt.savefig('simu_desalignement_rl.png', dpi=300)
plt.show()
```

Annexe H : Étude Spatiale du Circuit RL (2/2)

rl_distance.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

distance_exp = np.array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10])
rendement_exp = np.array([0.025, 0.010, 0.007, 0.005, 0.0045, 0.004, 0.0035, 0.0028, 0.0025])
distance_Th = np.linspace(0, 10, 500)
R_bobine = 2.2
eta_max = 0.037
rendement_th = eta_max * (R_bobine**2 / (R_bobine**2 + distance_th**2))**(3/2)
plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.5)
plt.plot(distance_th, rendement_th, color='#1f77b4', linestyle='-', linewidth=2.5, label='Modèle théorique')
plt.plot(distance_exp, rendement_exp, color='#d62728', linestyle='-', linewidth=1.2, alpha=0.7)
plt.scatter(distance_exp, rendement_exp, color='#d62728', marker='o', s=50, zorder=5, label='Mesures expérimentales')
plt.title("Rendement en fonction de la distance sur l'axe", fontsize=13, fontweight='bold', pad=15)
plt.xlabel("Distance (cm)", fontsize=11)
plt.ylabel("Rendement ($\eta$)", fontsize=11)
plt.xlim(-0.2, 10.5)
plt.ylim(-0.002, 0.040)
plt.legend(loc='upper right', frameon=True, facecolor='white', edgecolor='none', fontsize=10)
plt.tight_layout()
plt.savefig("rendement_dist_rl.png", dpi=300)
plt.show()
```

RL_freq.py

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

f_exp = [50, 150, 250, 500, 950, 1000, 1350, 1500, 2000, 2500, 3000, 5000]
eta_exp = [0, 0.010, 0.012, 0.016, 0.017, 0.020, 0.025, 0.023, 0.021, 0.016, 0.010, 0.0053]
donnees_triees = sorted(zip(f_exp, eta_exp))
f_plot, eta_plot = zip(*donnees_triees)

plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.grid(True, which='both', linestyle='--', alpha=0.5)
plt.plot(f_plot, eta_plot, color='#1f77b4', linestyle='-', linewidth=2, label='Rendement expérimental')
plt.scatter(f_plot, eta_plot, color='#d62728', marker='o', s=50, zorder=5)
plt.title("Rendement du transfert d'énergie sans fil en fonction de la fréquence (Circuit RL)", fontsize=13, fontweight='bold', pad=15)
plt.xlabel("Fréquence (Hz)", fontsize=11)
plt.ylabel("Rendement ($\eta$)", fontsize=11)
plt.xlim(0, 5500)
plt.ylim(-0.002, 0.030)
plt.legend(loc='upper right', frameon=True, facecolor='white', edgecolor='none')
plt.tight_layout()
plt.savefig("rendement_freq_rl.png", dpi=300)
plt.show()
```

Annexe I : Étude Spatiale du Circuit RLC (1/2)

RLC_angle.py

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

angles = np.array([0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90])
rlc_10cm = np.array([1.18, 1.24, 1.15, 1.29, 1.32, 1.30, 1.34, 1.40, 1.48, 1.65])
rl_10cm = np.array([0.70, 0.74, 0.76, 0.72, 0.72, 0.71, 0.68, 0.67, 0.65, 0.65])
rlc_13cm = np.array([0.47, 0.51, 0.56, 0.49, 0.60, 0.62, 0.57, 0.65, 0.71, 0.73])
rl_13cm = np.array([0.25, 0.25, 0.24, 0.27, 0.28, 0.26, 0.26, 0.25, 0.24, 0.22])

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(angles, rlc_10cm, marker='o', color='#0ea5e9', lw=2, label="Couplage résonant, distance 10cm")
plt.plot(angles, rl_10cm, marker='o', color='#e11d48', lw=2, label="Couplage non résonant, distance 10cm")
plt.plot(angles, rlc_13cm, marker='o', color='#0284c7', lw=2, label="Couplage résonant, distance 13cm")
plt.plot(angles, rl_13cm, marker='o', color='#ea580c', lw=2, label="Couplage non résonant, distance 13cm")
plt.title("Rendement en fonction de l'angle d'inclinaison", fontsize=14, fontweight='bold')
plt.xlabel("Angle (deg)", fontsize=12)
plt.ylabel("Rendement (%)", fontsize=12)
plt.xlim(-2, 100)
plt.xticks(np.arange(0, 101, 10))
plt.grid(True, ls='-', alpha=0.4)
plt.legend(bbox_to_anchor=(1.04, 0.5), loc="center left", borderaxespad=0, frameon=False, fontsize=11)
plt.subplots_adjust(right=0.65)
plt.savefig('graphe_angle.png', dpi=300, bbox_inches='tight')
plt.show()
```

RLC_desa.py

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

offset_exp = np.array([0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14])
eff_rlc_lat = np.array([21.5, 20.9, 19.2, 16.5, 12.8, 8.9, 4.2, 1.5])
eff_rl_lat = np.array([5.2, 4.1, 2.3, 0.9, 0.2, 0.05, 0.0, 0.0])

plt.figure(figsize=(9, 6))
plt.errorbar(offset_exp, eff_rlc_lat, yerr=0.5, fmt='o-', color='#3333b2', capsize=4, label='RLC (Stable)')
plt.errorbar(offset_exp, eff_rl_lat, yerr=0.2, fmt='s--', color='#64748b', capsize=4, label='RL (Instable)')
plt.title("Expérience : Tolérance au désalignement radial", fontsize=14, fontweight='bold')
plt.xlabel("Décalage latéral $\Delta$r (cm)", fontsize=12)
plt.ylabel("Rendement $\eta$ (%)", fontsize=12)
plt.grid(True, ls=':', alpha=0.6)
plt.legend()
plt.savefig('graphe_desalignement.png', dpi=300)
plt.show()
```

Annexe J : Étude Spatiale du Circuit RLC (2/2)

RLC_distance.py

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

d_exp = np.array([2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 25, 30])
eff_rlc = np.array([23.0, 21.8, 19.5, 16.2, 13.1, 9.8, 7.2, 4.3, 2.1])
eff_rl = np.array([7.4, 4.1, 1.9, 0.8, 0.3, 0.1, 0.05, 0.0, 0.0])

plt.figure(figsize=(9, 6))
plt.errorbar(d_exp, eff_rlc, yerr=0.6, fmt='o-', color='#19196e', capsize=4, label='Couplage Résonant (RLC)')
plt.errorbar(d_exp, eff_rl, yerr=0.3, fmt='s--', color='#94a3b8', capsize=4, label='Couplage Inductif (RL)')
plt.title("Expérience : Impact de la distance sur le rendement", fontsize=14, fontweight='bold')
plt.xlabel("Distance d (cm)", fontsize=12)
plt.ylabel("Rendement $\eta$ (%)", fontsize=12)
plt.grid(True, ls=':', alpha=0.6)
plt.legend()
plt.annotate('Zone de couplage fort étirée', xy=(11, 16.2), xytext=(15, 20),
             arrowprops=dict(arrowstyle='->', lw=1.5), fontsize=10)
plt.savefig('rendement_dist_rlc.png', dpi=300)
plt.show()
```

RLC_freq.py

```python
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

freq_rl = np.array([1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 18, 21, 25, 30, 35, 40, 45, 50])
eff_rl = np.array([0.5, 2.2, 4.1, 5.5, 6.4, 7.0, 7.3, 7.4, 7.0, 6.5, 6.2, 6.0, 5.5, 5.2, 5.0, 4.8])

freq_rlc = np.array([15, 18, 21, 24, 26, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 39, 41, 44, 47, 50, 60, 70])
eff_rlc = np.array([8.5, 8.8, 1.5, 3.0, 5.0, 8.5, 11.0, 13.5, 16.0, 18.5, 21.0, 23.0, 20.5, 18.0, 17.0, 17.5, 15.0, 12.0, 10.0, 8.5, 7.0, 7.5])

plt.figure(figsize=(10, 6), dpi=100)
plt.plot(freq_rlc, eff_rlc, 'o-', color='#19196e', label='Couplage Résonant (Expérimental RLC)', markersize=6, linewidth=2)
plt.plot(freq_rl, eff_rl, 's-', color='#94a3b8', label='Couplage Inductif (Expérimental RL)', markersize=5, linewidth=1.5)
plt.axvspan(31, 37, color='yellow', alpha=0.1, label='Zone de Résonance')
plt.ylim(-1, 27)
plt.annotate('Pic : 23.0%', xy=(34, 23.0), xytext=(24, 24.5),
             arrowprops=dict(facecolor='black', shrink=0.05, width=1, headwidth=6),
             fontsize=12, fontweight='bold')
plt.annotate('Max RL : 7.4%', xy=(15, 7.4), xytext=(16, 11),
             arrowprops=dict(facecolor='gray', shrink=0.05, width=1, headwidth=6),
             fontsize=10, color='gray')
plt.title("Rendement Expérimental mesuré : Influence de la Résonance", fontsize=14, pad=20)
plt.xlabel("Fréquence (kHz)", fontsize=12)
plt.ylabel("Rendement $\eta$ (%)", fontsize=12)
plt.grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
plt.legend(loc='upper right', framealpha=True, shadow=True)
plt.savefig('comparaison_rl_rlc.png', bbox_inches='tight')
plt.show()
```